**引文格式**:李景森,薛树强,肖圳,等.GNSS/A组合观测臂长改正不确定度评估[J].武汉大学学报(信息科学版),2025,50(3):535-544.DOI:10.13203/j.whugis20220673

**Citation**:LI Jingsen,XUE Shuqiang,XIAO Zhen,et al.Uncertainty Evaluation on Arm Length Correction of GNSS/A Combined Observation[J].Geomatics and Information Science of Wuhan University,2025,50(3):535-544.DOI:10.13203/j.whugis20220673

# GNSS/A组合观测臂长改正不确定度评估

李景森[1,2] 薛树强[2] 肖 圳[3] 王凯明[3]

1 山东科技大学测绘与空间信息学院,山东 青岛,266510

2 中国测绘科学研究院,北京,100830

3 山东理工大学建筑工程学院,山东 淄博,255049

**摘 要**:采用GNSS/A组合观测技术进行海底基准传递时,需要将GNSS天线坐标通过臂长参数以及平台姿态观测转换到换能器位置。这种转换既涉及GNSS定位误差的误差传播问题,还涉及臂长误差及姿态测量误差的传播问题,属于典型的非线性误差传播问题。采用基于线性化误差传播的测量不确定度评定与表示方法(the guide to the expression of uncertainty in measurement,GUM)和基于非线性误差传播的蒙特卡洛方法(Monte Carlo method,MCM),开展了换能器不确定度评估研究。结果表明,GUM和MCM整体上具有很好的一致性,但随着非线性强度或臂长误差的增大,两种方法会产生明显差异,此时,建议采用不存在线性化模型误差影响的MCM;换能器不确定度随着臂长长度的增大而增大,随着姿态测量及臂长测量精度的降低而增大;姿态角精度对换能器不确定度影响最小,GNSS定位精度对其影响最大,臂长参数次之。

**关键词**:GNSS/A;臂长改正;不确定度评估;蒙特卡洛方法

**中图分类号**:P229 **文献标识码**:A **收稿日期**:2024-01-06

**DOI**:10.13203/j.whugis20220673 **文章编号**:1671-8860(2025)03-0535-10

# Uncertainty Evaluation on Arm Length Correction of GNSS/A Combined Observation

*LI Jingsen*[1,2] *XUE Shuqiang*[2] *XIAO Zhen*[3] *WANG Kaiming*[3]

1 College of Geodesy and Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266510, China

2 Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100830, China

3 School of Civil and Architectural Engineering, Shandong University of Technology, Zibo 255049, China

**Abstract**: **Objectives**: When global navigation satellite system/acoustic (GNSS/A) technology is applied in seafloor geodesy, GNSS antenna coordinates are converted to transducer position by arm length parameters and platform attitude observations. The conversion involves not only the error propagation of GNSS positioning error, but also the propagation of arm length error and attitude measurement error, which is a typical nonlinear error propagation problem. **Methods**: In this paper, both the guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM) based on linearized error propagation and Monte Carlo method (MCM) based on nonlinear error propagation are used to evaluate the uncertainty of transducer location. **Results and Conclusions**: The results show that GUM and MCM have a good consistency on the whole process, but with the increase of nonlinear strength and measurement uncertainty, these two methods have a significant difference. The uncertainty of transducer increases with the increase of arm length, and increases with the decreas of the accuracies of attitude measurement and arm length measurement. It means that the longer the arm length of GNSS/A combined observation, the higher the requirement for attitude measurement accuracy. Attitude measurement uncertainty has the least influence on the uncertainty of transducer location,

**基金项目**:国家自然科学基金(41931076);福建省海岛与海岸带管理技术研究实验室开放研究基金(201903)。

**第一作者**:李景森,硕士,主要从事水下定位研究。lijingsen2021@163.com

**通信作者**:薛树强,博士,研究员。xuesq@casm.ac.cn

GNSS positioning uncertainty has the most, and arm length parameter has the secondary.
**Key words**: GNSS/A; arm length correction; uncertainty evaluation; Monte Carlo method

在全球导航卫星系统/声呐(global navigation satellite system/acoustic,GNSS/A)组合观测系统中,由船载GNSS通过坐标转换求得换能器坐标,再经过声学测距得到水下目标点位置[1]。若要实现高精度水下定位,首先需要确保换能器坐标位置的准确。换能器位置的准确确定也是海底大地基准网建设的关键技术之一[2]。但转换过程中既涉及GNSS定位误差的误差传播问题,还涉及臂长误差及姿态测量误差的传播问题,且属于典型的非线性误差传播问题[3]。所以,换能器坐标不确定度由GNSS定位不确定度[4]、姿态测量不确定度、臂长测量不确定度等综合确定。由此,在系统研发和水下定位实践中,面临两个问题:(1)如何经济、合理地选配传感器,建立GNSS/A观测系统;(2)对于特定的GNSS/A观测系统传感器配置,如何评估换能器坐标的不确定度。

不确定度是表征观测量不确定性的度量,一般具有非负性质[5]。不确定度也是说明测量结果可信程度的一个重要参数。1995年,国际标准化组织颁布了不确定度评估指南[6],提出不确定度传播律方法作为标准不确定度的合成方法。中国随后也引入了不确定度的概念及测量不确定度评定与表示方法(the guide to the expression of uncertainty in measurement,GUM)。中国在2012年颁布了标准《测量不确定度评定与表示》[7],并引入了蒙特卡洛方法(Monte Carlo method,MCM),以此作为对GUM的验证和补充[8]。除此之外,对于点的位置的不确定度,也可由多维点位误差度量所反映[9]。

GUM的不确定度传播律与误差传播定律类似[7],需要对各输入量单独进行不确定度评估,得到各输入量的不确定度,再将各输入量的不确定度传递到输出量。在对各输入量的不确定度进行评估时,可根据输入量的条件选择*A*类或*B*类评定方法[5,7]。*A*类评定方法使用前提是输入量可独立重复观测,通过统计分析方法得到其不确定度[5,7]。*B*类评定方法在输入量不可独立重复观测时,可根据输入量的信息(如权威机构发布的量值、校准证书等),确定输入量的概率密度函数(probability density function,PDF),得到相应的标准不确定度。理论上,GUM适用于线性数学模型,当模型为非线性时,需要将其线性化近似后再使用此方法进行评估[7]。线性化通常采用一阶泰勒级数展开省略高阶项的方法[10]。因此,GUM可能会导致评估结果的不可靠,即需要考虑线性化模型误差影响[11-12]。

MCM建立在分布传播概念基础上[13],即对输入量的概率密度分布而非输入量分布的期望和标准差进行传播,进而确定输出量的概率密度分布及其离散分布,通过其离散分布确定输出量的期望和标准差不确定度。在此过程中,并不涉及线性化近似,能够较为完整地保留信息。因此,当函数模型较为复杂、呈非线性、计算偏导数困难或者输入量的PDF明显非对称时,使用此方法评估不确定度较GUM更可靠[8]。但MCM受样本量的限制,当样本量过小时,不能较为完整地反映输出量的分布,以此得到的不确定度可能会存在误差,导致不确定度结果的不准确;当样本量过大时,能够更好地反映总体,结果也会更可靠,但计算效率会下降。样本量为$1\times10^6$通常会为输出量提供95%的包含区间[8]。

不确定度在很多领域都得到了很好的应用,如文献[14]将其应用于GIS叠置位置的不确定度分析;文献[15]将不确定度与距离联合确定权函数方法构建海底数字高程模型;文献[16]在消声水池中对多波束测深进行了不确定度研究;文献[17]使用GUM对海洋浮标海面高程动态的不确定度展开了研究;文献[18]对船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型进行不确定度分析。而且,不同领域国内外学者指出,使用MCM评估不确定度时,适用范围更广、可靠性更优[19-21]。

本文分别采用GUM和MCM建立GNSS/A 3个方向不确定度评估模型,并针对不同臂长长度、不同姿态角以及其不同测量不确定度情况下,对换能器坐标的不确定度进行了测试验证,给出了两种评估方法的功效;并探讨了GNSS/A观测系统传感器配置以及在定位实践中不确定性评估问题。

## 1 GNSS/A臂长改正的不确定度评估模型

GNSS/A定位技术首先确定GNSS坐标,然

后通过臂长改正获取船载声呐换能器坐标,最后通过声呐测距观测将换能器坐标传递到海底,如图1所示。

因此,准确可靠的换能器位置是GNSS/A组合观测定位的关键,即由GNSS坐标、臂长参数以及姿态传感器测量得到的姿态角等观测求解换能器坐标[22]:

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{RM} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{P}=[P_{\mathrm{E}}\ P_{\mathrm{N}}\ P_{\mathrm{U}}]^{\mathrm{T}}$为换能器坐标;$\boldsymbol{Q}=[Q_{\mathrm{E}}\ Q_{\mathrm{N}}\ Q_{\mathrm{U}}]^{\mathrm{T}}$为GNSS坐标;$\boldsymbol{M}=[M_r\ M_p\ M_h]^{\mathrm{T}}$为臂长参数;$\boldsymbol{R}$为旋转矩阵。$\boldsymbol{R}$的具体形式为:

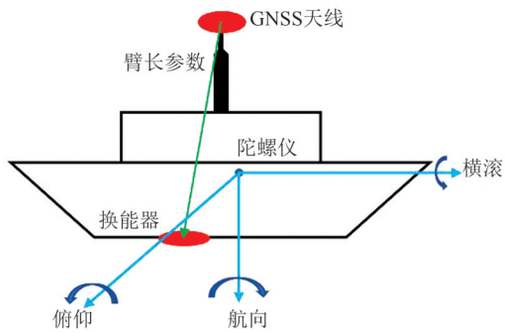



图1　姿态参数与臂长参数

Fig. 1　Attitude Parameters and Arm Length Parameters

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos h&-\sin h&0\\\sin h&\cos h&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos p&0&\sin p\\0&1&0\\-\sin p&0&\cos p\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos r&-\sin r\\0&\sin r&\cos r\end{bmatrix} \tag{2}$$

式中,$h$为航向角;$p$为俯仰角;$r$为横滚角。

### 1.1　换能器不确定度的GUM评估模型

使用GUM评定不确定度时,需要对式(1)进行线性化处理,即需要通过泰勒级数展开3个方向的合成式,保留一阶展开,省略其高阶项,可得:

$$u(P_{\mathrm{E}})=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial T_i}\right)^2u^2(T_i)} \tag{3}$$

式中,$T_i=\left(Q_{\mathrm{E}},Q_{\mathrm{N}},Q_{\mathrm{U}},M_r,M_p,M_h,h,p,r\right)$为式(1)中的各输入量;$u(T_i)$代表各输入量的标准不确定度;$\dfrac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial T_i}$代表E方向被输出量对输入量的偏导数,也称为灵敏系数。需要指出,当观测量间存在相关性时,还需要考虑输入量之间的相关系数。同理,N、U两个方向的合成标准不确定度计算式为:

$$\begin{cases}u(P_{\mathrm{N}})=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial T_i}\right)^2u^2(T_i)}\\u(P_{\mathrm{U}})=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{\partial P_{\mathrm{U}}}{\partial T_i}\right)^2u^2(T_i)}\end{cases} \tag{4}$$

式中,偏导数具体计算式为:

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial Q_{\mathrm{E}}}=\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial Q_{\mathrm{N}}}=\frac{\partial P_{\mathrm{U}}}{\partial Q_{\mathrm{U}}}=1$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial M_r}=\cos p\sin h$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial M_p}=\cos h\cos r+\sin h\sin p\sin r$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial M_h}=\cos r\sin h\sin p-\cos h\sin r$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial h}=M_h(\sin h\sin r+\cos h\cos r\sin p)-M_p(\cos r\sin h-\cos h\sin p\sin r)+M_r\cos h\cos p$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial p}=M_h\cos p\cos r\sin h-M_r\sin h\sin p+M_p\cos p\sin h\sin r$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{E}}}{\partial r}=-M_p(\cos h\sin r-\cos r\sin h\sin p)-M_h(\cos h\cos r+\sin h\sin p\sin r)$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial M_r}=\cos h\cos p$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial M_p}=\cos h\sin p\sin r-\cos r\sin h$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial M_h}=\sin h\sin r+\cos h\cos r\sin p$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial h}=M_h(\cos h\sin r-\cos r\sin h\sin p)-M_p(\cos h\cos r+\sin h\sin p\sin r)-M_r\cos p\sin h$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial p}=M_h\cos h\cos p\cos r-M_r\cos h\sin p+M_p\cos h\cos p\sin r$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{N}}}{\partial r}=M_p(\sin h\sin r+\cos h\cos r\sin p)+M_h(\cos r\sin h-\cos h\cos p\sin r)$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{U}}}{\partial M_r}=\sin p$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{U}}}{\partial M_p}=-\cos p\sin r$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{U}}}{\partial M_h}=-\cos p\cos r$$

$$\frac{\partial P_{\mathrm{U}}}{\partial h}=0$$

$$\frac{\partial P_U}{\partial p}=M_r\cos p+M_h\cos r\sin p+M_p\sin p\sin r$$

$$\frac{\partial P_U}{\partial r}=M_h\cos p\sin r-M_p\cos p\cos r$$

由于上述线性化过程省略了高阶项,因而会产生模型误差。若考虑高阶项,则需要各分量的高阶矩信息,而高阶矩信息往往也来源于随机变量的分布函数。当基于线性化模型的GUM存在零点问题(即偏导数为零)时,此时可导致不确定度评估失败,从而必须借助高阶误差传播或MCM。显然,当偏导数为零时,线性化误差传播方法是无效的,此时建议采用MCM。

### 1.2 换能器不确定度的MCM评估模型

MCM是实现概率分布传播的一种数值方法,由输入量的PDF经数学模型得到输出量的PDF,并通过输出量的PDF离散抽样值确定输出量的最佳估值、标准不确定度及其包含区间[23],且可信程度随PDF抽样数量的增加而得到改善。其基本流程如图2所示。

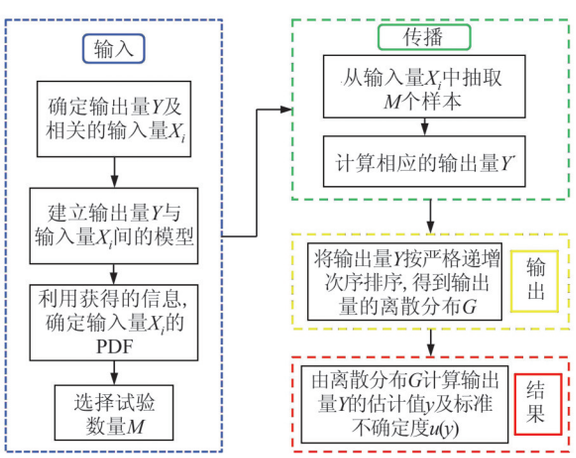



图2 MCM基本流程

Fig. 2 Basic Workflow of MCM

当数学模型为非线性时,使用MCM评定不确定度更为准确。这是因为MCM计算过程中仅对输入量的PDF离散抽样,经数学模型传递给输出量,确定输出量的离散分布。在这过程中并没有线性化,较为完整地保留了信息。但MCM受抽样次数影响,如果抽样次数过小,可能就会引起误差,导致评定结果不可靠;抽样次数越大,越能更好地反映总体,评定结果也会更可靠,但会导致计算效率的下降。一般将抽样次数设定为$1\times10^6$,为输出量提供95%的包含区间。

## 2 实验分析

考虑到GNSS/A观测实际,取航向角变化区间为0°~360°,横滚角变化区间—45°~45°,俯仰角变化区间—45°~45°。实验数据设置格式为$(x\pm k\sigma_x)$,其含义代表扩展不确定度,即确定输出量结果的量值区间[3]。例如航向角(20°±0.4°)代表航向角的角度以95%的概率落在19.6°~20.4°(假定各输入量皆服从正态分布),此时$k=2$,其余参数量的表示含义也是如此。

### 2.1 臂长长度对换能器坐标不确定度的影响

在相同姿态等测量误差条件下,改变臂长长度,分析其对各方向的不确定度影响,结果如图3所示。初始设置为:航向角(20°±0.4°)、俯仰角(0°±0.2°)、横滚角(0°±0.2°)、GNSS坐标(100±0.1 m,100±0.1 m,0±0.2 m)、臂长参数、(0±0.02 m,0±0.02 m,$z$±0.02 m)。

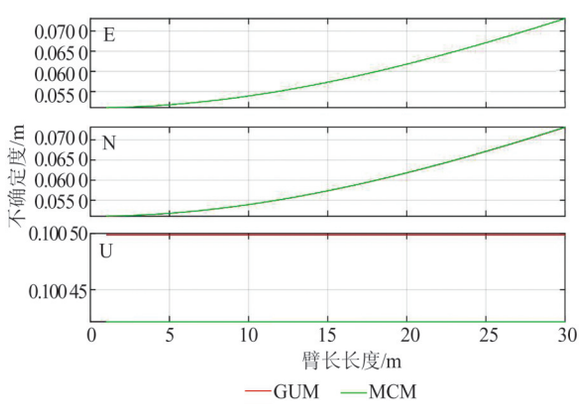



图3 臂长长度变化对换能器位置不确定度的影响

Fig. 3 Influence of Arm Length Change on the Uncertainty of Transducer Position

从图3可以看出,当其余条件固定时,仅改变臂长长度,E、N方向的不确定度都会随之增加,且两种方法基本一样。而在U方向上,不确定度并不会随着臂长长度的增加而增加,出现此现象主要是因为在不确定度计算时,U方向上的不确定度仅保留了臂长的精度,其余项全为0,因此并不会随着长度变化而变化。即使改变航向角也不会使其发生变化,依然是一条直线。但当改变俯仰角或者横滚角时,其不确定度曲线就会如同E、N方向一样,随着臂长长度增大而变大。因此,当横滚角和俯仰角全为0°时,随着臂长长度的增加,E、N方向的不确定度会随之增加,而U方向的不确定度并不会增加,仅与臂长的精度相关。除此情况外,3个方向不确定度皆随臂长增大而增大。两种方法解算的标准不确定度基本一致,差值约在

$1\times10^{-4}$或$1\times10^{-5}$,有的甚至达到$10^{-6}$。

### 2.2　姿态角变化对换能器坐标不确定度的影响

初始参数及测量误差设置为:航向角($h$±0.4°)、俯仰角($p$±0.2°)、横滚角($r$±0.2°)、GNSS坐标(100±0.1 m,100±0.1 m,0±0.2 m)、臂长参数(0±0.02 m,0±0.02 m,10±0.02 m)。

#### 2.2.1　俯仰角变化对换能器坐标不确定度影响

取航向角和横滚角不同初值情况下,改变俯仰角的大小,分析其对各方向的不确定度影响,结果如图4所示。

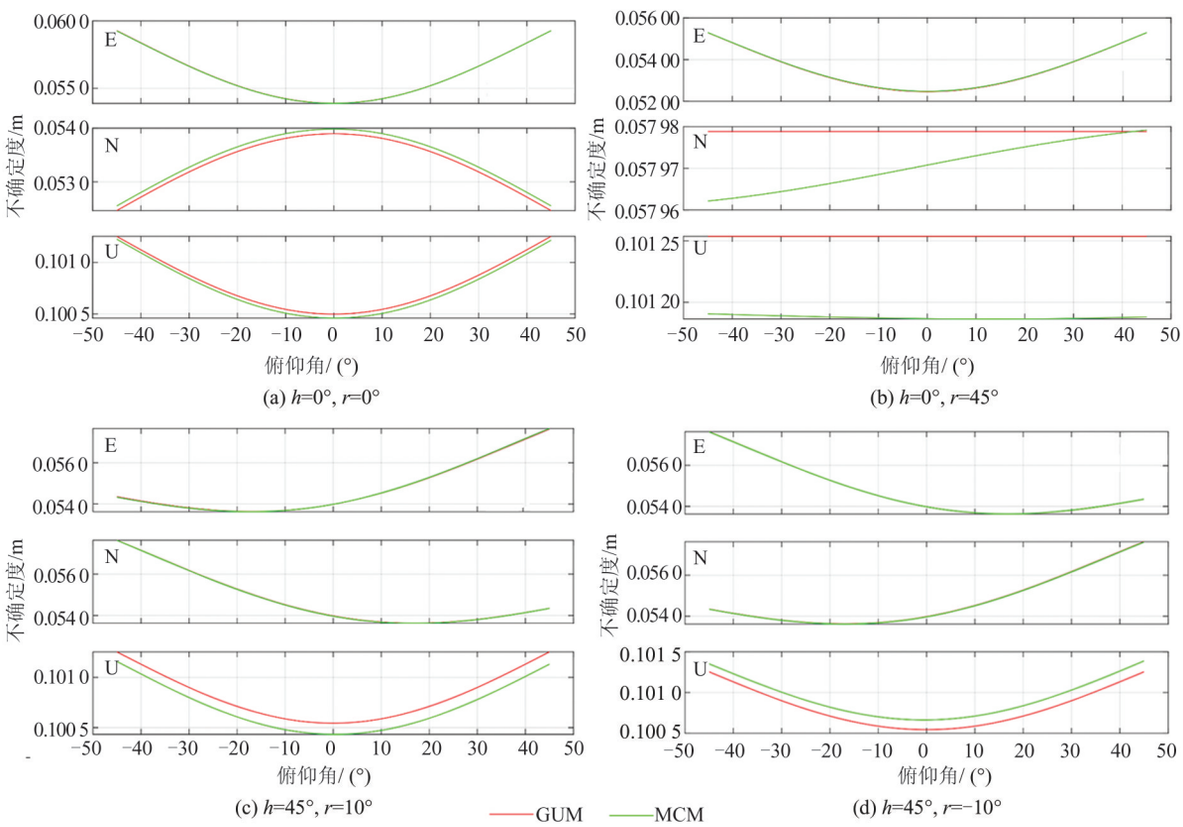



图 4　俯仰角变化对换能器坐标不确定度的影响

Fig. 4　Influence of Pitch Angle Change on Its Uncertainty

在臂长参数水平方向值取为0,即换能器在杆的正下方情况下,当航向角、横滚角其中一个处于特殊角度(90°整倍数)、另一角度随意变化时,此时俯仰角变化对不确定度影响的变化趋势如图4(a)所示,俯仰角为0°时,不确定度达到最低或最高,两边趋势相反,基本关于纵轴对称。当臂长参数水平方向值不为0时,不确定度最低或最高值则不会在俯仰角为0°时达到。

3个方向不确定度趋势不同,主要和旋转矩阵相关,即正余弦函数。以航向角为0°、改变横滚角0°和45°为例,随着横滚角的增大,N、U方向会逐渐发生改变。原因如下,E方向不确定度计算仅剩下了关于$p$的正弦函数,所以呈正弦函数的趋势;N、U方向同样如此,但不同的是,N方向系数是关于$r$的余弦函数与正弦函数的差,U方向与之相反。由于0°~44°时,正弦函数值小于余弦函数值,所以随着$r$的增大,其差值逐渐缩小,导致趋势逐渐变缓。在45°时,正余弦函数值相等,此时曲线最为平缓,如图4(b)所示。

两种方法产生差异的原因主要是由于非线性误差造成的。从图4(b)中可看出,两种方法差值很小,约$1\times10^{-4}$ m、$1\times10^{-5}$ m或$1\times10^{-6}$ m。从变化规律上得知,当固定一个角度初值,改变另一角度初值,其不确定度随着俯仰角的变化在一定初值范围内趋势是相同的。

当航向角与横滚角都不处于特殊角度时,此时,由于角度的改变,导致E、N方向不确定度最低点和最高点对应的俯仰角角度发生变化,而U方向不变,但趋势走向皆是遵循正余弦的变化趋势,如图4(c)所示。当横滚角取负值时,产生了两个变化,如图4(d)所示,一是其曲线大致关于纵轴对称;二是不确定度值的微小改变。

#### 2.2.2　横滚角变化对换能器坐标不确定度影响

取航向角和俯仰角不同初值情况下,改变

横滚角的大小,分析其对各方向的不确定度影响,结果如图5所示。其规律与俯仰角变化对换能器不确定度的影响规律基本一致。不同的是,当航向角、俯仰角其中一个处于特殊角度(90°整倍数),另一角度随意变化时,换能器E、N方向的变化趋势与俯仰角变化对换能器不确定度的影响趋势相反,如图5(a)所示;当俯仰角为45°时,N方向的不确定度趋势不会像一条直线那样平缓,主要是因为计算N方向的不确定度系数不为零,如图5(b)所示。当航向角和俯仰角都不处于特殊角度时,其规律与§2.2.1基本一致,如图5(c)和5(d)所示。

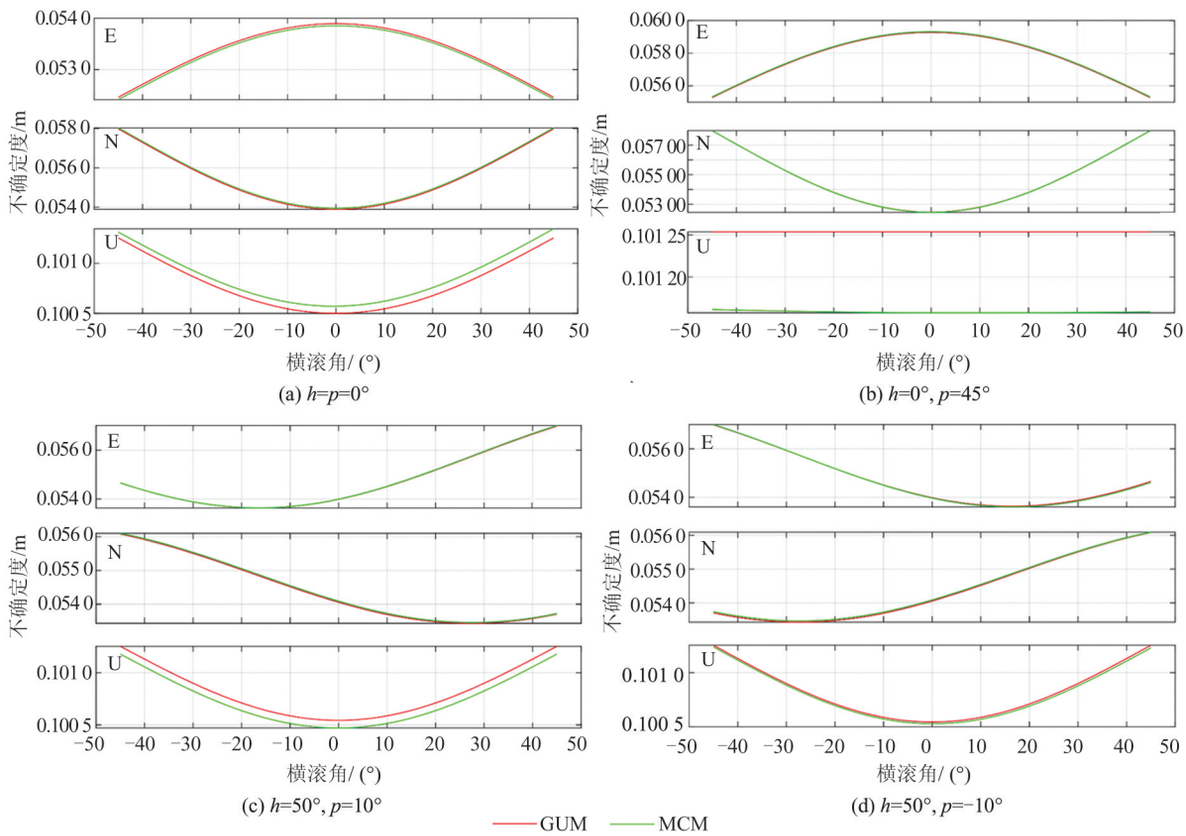



图5 横滚角变化对其不确定度的影响

Fig. 5 Influence of Roll Angle Change on Its Uncertainty

### 2.2.3 航向角变化对换能器坐标不确定度影响

取横滚角和俯仰角不同初值情况下,改变航向角的大小,分析其对各方向的不确定度影响,结果如图6所示。

由图6可以看出,E、N方向上随着航向角的增大,其不确定度做正余弦变化,其原因仍然是与正余弦函数相关;而U方向上,之所以是一条直线,不随角度变化而变化,主要是因为在对U方向线性化时,不涉及航向角的参与。因此,无论航向角怎么变化,不确定度不会随之改变。两种方法产生了细微差异,主要是模型非线性导致的,其差值约$1\times10^{-4}$ m、$1\times10^{-5}$ m或$1\times10^{-6}$ m。

当将其中一个角度的初值改为负值时,其不确定度的变化趋势以及不确定度值略有变化,如图6(b)、6(d)所示。当将两个角度初值皆改为负值时,其变化趋势基本不变,不确定度值略有细微变化,如图6(a)、6(c)所示。但当两个角度的初值皆为0°时,GUM解算的不确定度值为定值,而MCM则会带有正余弦函数的趋势性,两种方法的差值约为$1\times10^{-5}$ m。

## 2.3 输入量不确定度大小对换能器坐标不确定度的影响

在其余条件及测量误差相同条件下,依次改变各输入量的精度,分析其对各方向的不确定度影响,结果如图7所示。初始设置为:航向角(20°±0.4°)、俯仰角(5°±0.2°)、横滚角(5°±0.2°)、GNSS坐标(100±0.1 m,100±0.1 m,0±0.2 m)、臂长参数(0±0.02 m,0±0.02 m,10±0.02 m)。

图7中3条线分别表示仅臂长参数的精度改变、仅GNSS定位精度改变、仅角度精度改变,其余不变。由图7可以看出,随着精度的降低,3个方向不确定度随之增大,且角度的变化对不确定度的影响较小,GNSS定位精度对其影响较大,臂长参数次之。

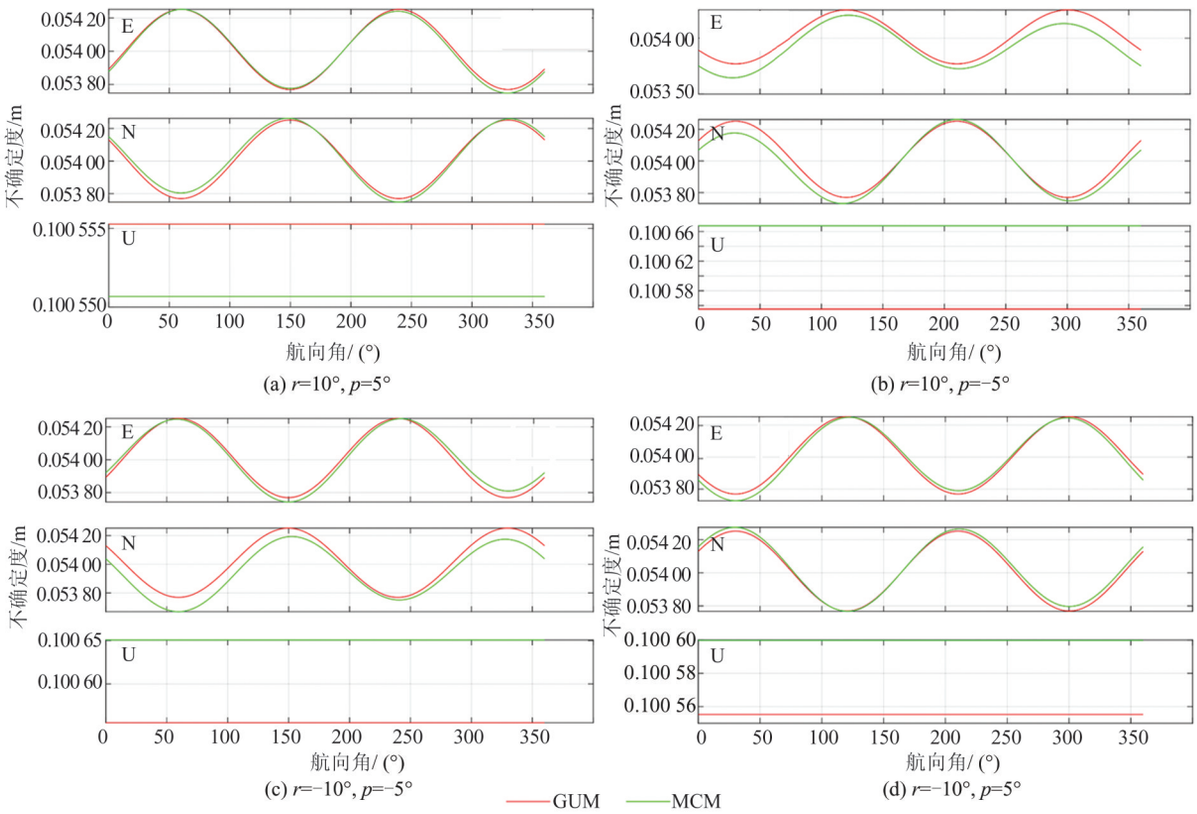



图 6　航向角变化对其不确定度的影响

Fig. 6　Influence of Heading Angle Change on Its Uncertainty

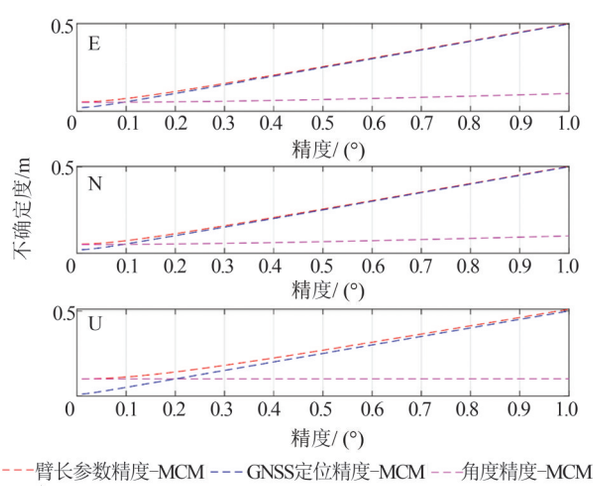



图 7　输入量不确定度变化对换能器坐标不确定度的影响

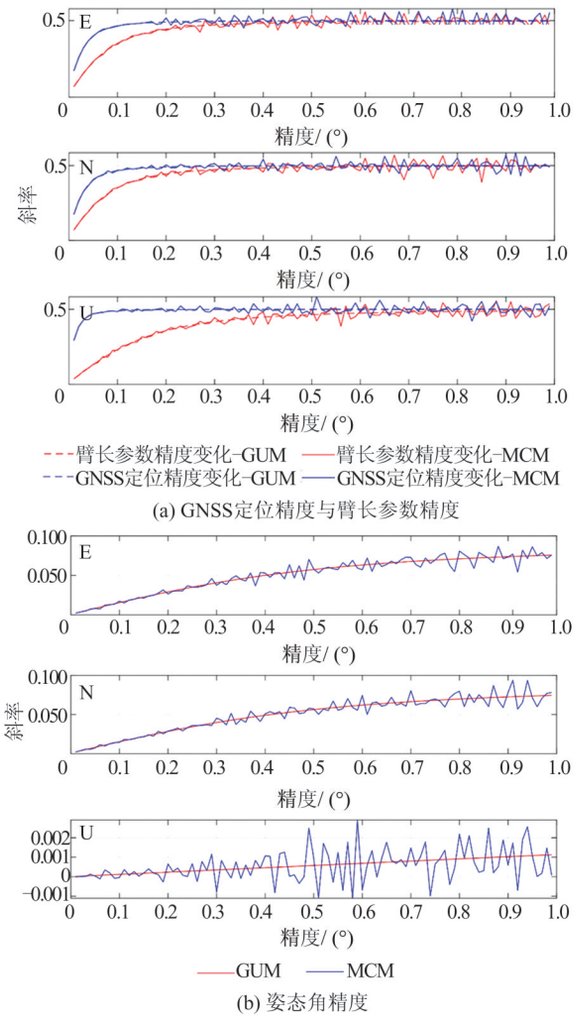
Fig. 7　Influence of Input Uncertainty Change on Transducer Coordinate Uncertainty

随着精度变化,相邻两点间的斜率如图 8 所示。如图 8(a)所示,当仅改变 GNSS 定位精度,即 3 个方向精度皆为 0.01°～1°,间隔为 0.01°(后续仅改变臂长参数精度或姿态角精度时,设置与其相同)时,其 3 个方向的标准不确定度在精度较高时,并不会随着精度线性变化而线性变化,在精度较低时,其 GUM 则随着精度线性变化而近似呈线性变化,但 MCM 没有这种规律,即更好地反映了问题的非线性实质;当仅改变臂长参数的精度,其 3 个方向的规律与改变 GNSS 定位精度类似;当仅改变角度时,如图 8(b)所示,两种方法得到的标准不确定度都不会随着精度线性变化而近似呈线性变化,其变化趋势与俯仰角或横滚角的正负取值无关。

### 2.4　姿态角不确定度变化对两种方法的影响

除姿态角初值外,其余初值设置同上。以横滚角为例,精度变化为 0.01°～20°,间隔 0.1°,如图 9 所示。随着横滚角精度的降低,有两个现象:一是其不确定度的增大;二是两种方法的差异逐渐增大,主要是由于模型非线性较大引起的。

值得注意的是,并非任意取姿态角的初值都能产生如图 9(b)中两种方法差异性的明显现象,一般在航向角处于特殊角度(90°整倍数),另外两个角度在小角度范围内(小于 20°)才有如此现象。并且随着俯仰角和横滚角的增大,两种方法的差异逐渐减小。从图 9(b)中可知,两种方法的差值在精度为 20°时最大,约 10 cm,当精度在 1°时,影响则很小,约在 $1\times10^{-3}$ m、$1\times10^{-4}$ m,甚至更小。这也体现了当输入量服从正态分布时,两种方法有较好的一致性。

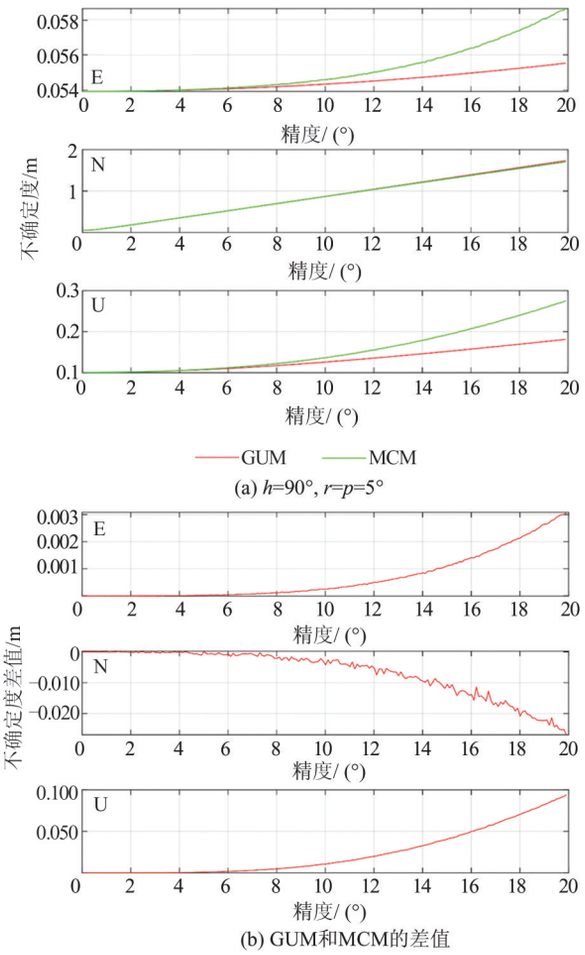



(a) GNSS定位精度与臂长参数精度

(b) 姿态角精度

图8 随着精度变化相邻两点间的斜率

Fig. 8 Slope Between Adjacent Two Points with Accuracy Change




(a) $h$=90°, $r$=$p$=5°

(b) GUM和MCM的差值

图9 横滚角精度变化

Fig. 9 Roll Angle Accuracy Change

俯仰角精度变化对两种方法的影响规律与横滚角基本一致。航向角的影响规律有所不同,一是航向角处于特殊角度(90°整倍数),另外两个角的其中一个在小角度范围内(小于10°);二是无论航向角精度如何变化,其在U方向始终为定值,且两种方法基本一致。

## 3 结 语

本文基于GB/T 27418-2017、JJF 1059.1-2012、JJF 1059.2-2012,采用GUM和MCM分别在不同臂长长度、不同姿态角、不同测量不确定度的情况下,对换能器坐标进行不确定度评估。对于给定的GNSS/A观测系统传感器配置,换能器坐标不确定度的评估可分两种方式进行。若通过GUM,需对函数模型进行线性化,建立误差传播公式。MCM不需线性化,可直接通过函数模型求得输出量的离散分布,依据其离散分布得到不确定度。主要结论如下:

1)当输入量均服从正态分布时,GUM和MCM整体上具有很好的一致性,但当问题的非线性强度较高或臂长误差较大时,均可导致两种方法产生明显差异,此时,建议采用不存在线性化模型误差影响的MCM。

2)换能器不确定度随着臂长长度的增大而增大,随着姿态测量及臂长测量精度的降低而增大,这意味着,GNSS/A组合观测的臂长越长,对姿态测量精度的要求越高;对于俯仰角和横滚角,研究单个角度对换能器不确定度的影响时,在设定其余两个角度不同初值时,对换能器不确定度的影响趋势也是不同的,但在初值的某一范围内其趋势是相同的;对于航向角,E、N方向不确定度随着航向角的变化而作正余弦函数周期性变化,U方向不确定度保持不变。

3)换能器不确定度随着输入量精度的降低而增大,其中,姿态角对其影响较小,GNSS定位精度对其影响较大,臂长参数次之。当输入量精

度较低时,使用GUM评估不确定度将会随着精度线性变化而近似呈线性变化,姿态角除外。MCM无此规律。

为提高换能器定位精度,除提升GNSS定位精度外,还可通过减小臂长、选择精度较高的姿态传感器和提升臂长参数的精度实现。其中,姿态传感器精度对换能器不确定度的减小影响较小,而GNSS定位精度的提升对换能器不确定度的减小影响较大,臂长参数次之。当GNSS定位精度确定时,若想改变臂长长度,且还要保持总体的不确定度不变,则需对姿态传感器进行更换,臂长越长对姿态传感器的精度要求则越高。

## 参 考 文 献


[1] 乔学军, 王伟, 林牧, 等. 海底地壳形变监测现状与启示[J]. 地球物理学报, 2021, 64(12): 4355-4363.
QIAO Xuejun, WANG Wei, LIN Mu, et al. Current Situation and Enlightenment of Seafloor Crustal Deformation Monitoring[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2021, 64(12): 4355-4363.

[2] 杨元喜, 刘焱雄, 孙大军, 等. 海底大地基准网建设及其关键技术[J]. 中国科学: 地球科学, 2020, 50(7): 936-945.
YANGYuanxi, LIU Yanxiong, SUN Dajun, et al. Seafloor Geodetic Network EStablishment and Key Technologies[J]. *Scientia Sinica*(*Terrae*), 2020, 50(7): 936-945.

[3] 胡圣武, 陶本藻. 非线性模型的误差传播及其在GIS中的应用[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 1997, 22(2): 129-131.
HU Shengwu, TAO Benzao. Nonlinear Error Propagation and Its Application in GIS[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 1997, 22(2): 129-131.

[4] 杨元喜. 卫星导航的不确定性、不确定度与精度若干注记[J]. 测绘学报, 2012, 41(5): 646-650.
YANG Yuanxi. Some Notes on Uncertainty, Uncertainty Measure and Accuracy in Satellite Navigation[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2012, 41(5): 646-650.

[5] GB/T 27418-2017. 测量不确定度评定和表示[S]. 北京: 中国国家标准化管理委员会, 2017.
GB/T 27418-2017. Guide to The Evaluation and Expression of Uncertainty in Measurement[S]. Beijing: Standardization Administration of China, 2017.

[6] Uncertainty of Measurement—Part 3: Guide To the Expression of Uncertainty in Measurement (GUM: 1995): ISO/IEC Guide 98-3[S]. Geneva, Switzerland: ISO, 1995.

[7] JJF 1059.1-2012. 测量不确定度评定与表示[S]. 北京: 国家质量监督检验检疫总局, 2012.
JJF 1059.1-2012. Evaluation and Expression of Uncertainty in Measurement[S]. Beijing: General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of China, 2012.

[8] JJF 1059.2-2012. 用蒙特卡洛法评定测量不确定度[S]. 北京: 国家质量监督检验检疫总局, 2012.
JJF 1059.2-2012. Monte Carlo Method for Evaluation of Measurement Uncertainty[S]. Beijing: General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of China, 2012.

[9] 杨元喜. 关于"新的点位误差度量"的讨论[J]. 测绘学报, 2009, 38(3): 280-282.
YANG Yuanxi. Discussion on "a New Measure of Positional Error"[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2009, 38(3): 280-282.

[10] 邢永丽, 陈建春. 泰勒级数在近似计算中的应用[J]. 湘潭师范学院学报(自然科学版), 2004, 26(1): 5-8.
XING Yongli, CHEN Jianchun. The Application of Taloy Series in Approximation Calculation[J]. *Journal of Xiangtan Normal University* (*Natural Science Edition*), 2004, 26(1): 5-8.

[11] XUE S Q, YANG Y X. Unbiased Nonlinear Least Squares Estimations of Short-Distance Equations[J]. *Journal of Navigation*, 2017, 70(4): 810-828.

[12] 薛树强. 大地测量观测优化理论与方法研究[D]. 西安: 长安大学, 2018.
XUE Shuqiang. Research on Geodetic Observation Optimization Theory and Methods[D]. Xi'an: Chang'an University, 2018.

[13] 马宏伟, 李赫. 温升法测量压气机等熵效率的不确定度[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2242-2252.
MA Hongwei, LI He. Uncertainty of Measuring Isentropic Efficiency of Compressor by Temperature Rise Method[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2022, 37(10): 2242-2252.

[14] 陶本藻, 蓝悦明. GIS叠置位置不确定度的统计估计方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2001, 26(2): 101-104.
TAO Benzao, LAN Yueming. The Statistical Estimation Method of GIS Overlay Uncertainty[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2001, 26(2): 101-104.

[15] 邹永刚, 翟京生, 刘雁春, 等. 利用不确定度的海底数字高程模型构建[J]. 武汉大学学报(信息科学

版), 2011, 36(8): 964-968.
ZOU Yonggang, ZHAI Jingsheng, LIU Yanchun, et al. Seabed DEM Construction Based on Uncertainty [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(8): 964-968.

[16] 刘智敏, 杨安秀, 陈景涛, 等. 基于消声水池的多波束测深不确定度检测方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(6): 908-914.
LIU Zhimin, YANG Anxiu, CHEN Jingtao, et al. Detecting Method of Uncertainty in Multi-beam Echosounding Based on the Anechoic Tank [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2018, 43(6): 908-914.

[17] 梁冠辉, 陶常飞, 周兴华, 等. GNSS海洋浮标海面高程动态不确定度研究[J]. 海洋科学进展, 2020, 38(3): 532-540.
LIANG Guanhui, TAO Changfei, ZHOU Xinghua, et al. Study on Dynamic Uncertainty of Sea-Level Elevation Measured by GNSS Ocean Buoy [J]. *Advances in Marine Science*, 2020, 38(3): 532-540.

[18] 吴燕雄, 滕云田, 吴琼, 等. 船载绝对重力仪测量系统的误差修正模型及不确定度分析[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(4): 492-500.
WU Yanxiong, TENG Yuntian, WU Qiong, et al. Error Correction Model and Uncertainty Analysis of the Shipborne Absolute Gravity Measurement System[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2022, 47(4): 492-500.

[19] 刘园园, 杨健, 赵希勇, 等. GUM法和MCM法评定测量不确定度对比分析[J]. 计量学报, 2018, 39(1): 135-139.
LIU Yuanyuan, YANG Jian, ZHAO Xiyong, et al. Comparative Analysis of Uncertainty Measurement Evaluation with GUM and MCM[J]. *Acta Metrologica Sinica*, 2018, 39(1): 135-139.

[20] ÁNGELES HERRADOR M, GONZÁLEZ A G. Evaluation of Measurement Uncertainty in Analytical Assays by Means of Monte-Carlo Simulation [J]. *Talanta*, 2004, 64(2): 415-422.

[21] 曹芸, 陈怀艳, 韩洁. 采用MCM对GUM法测量不确定度评定的验证方法研究[J]. 宇航计测技术, 2012, 32(2): 75-78.
CAO Yun, CHEN Huaiyan, HAN Jie. Research About Validating GUM Uncertainty Evaluation Using MCM[J]. *Journal of Astronautic Metrology and Measurement*, 2012, 32(2): 75-78.

[22] WATANABE S I, ISHIKAWA T, YOKOTA Y, et al. GARPOS: Analysis Software for the GNSS-A Seafloor Positioning with Simultaneous Estimation of Sound Speed Structure [J]. *Frontiers in Earth Science*, 2020, 8: 508.

[23] 魏明明. 蒙特卡洛法与GUM评定测量不确定度对比分析[J]. 电子测量与仪器学报, 2018, 32(11): 17-25.
WEI Mingming. Comparative Analysis of Measurement Uncertainty Evaluation with Monte Carlo Method and GUM[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2018, 32(11): 17-25.